**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**

**CURSO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA E AMBIENTAL**

****

Bernardo Cardoso de Oliveira Neto.

Roberta de Alencar França Queiroz

**APROXIMAÇÃO DE DERIVADAS E INTEGRAIS: DIFERENÇAS FINITAS E SOMA DE RIEMANN**

**JUAZEIRO – BA**

**2025**

## 1. Diferenças Finitas

As **diferenças finitas** constituem um método numérico fundamental para a aproximação da derivada de uma função. Esse método é amplamente utilizado quando não se tem uma expressão analítica da derivada ou quando se trabalha com dados experimentais ou discretos. A ideia central é estimar a inclinação da função em determinado ponto utilizando valores da função em pontos próximos.

### Principais Fórmulas:

* **Diferença Progressiva:**  
  f '(x) ≈ [f(x + h) - f(x)] / h
* **Diferença Regressiva:**  
  f '(x) ≈ [f(x) - f(x - h)] / h
* **Diferença Central** (mais precisa):  
  f '(x) ≈ [f(x + h) - f(x - h)] / (2h)

A escolha do valor de h é importante: se for muito grande, a aproximação é grosseira; se for muito pequeno, podem ocorrer erros numéricos por limitação de precisão dos computadores.

### Exemplo:

Considere a função f(x) = cos(x), e o ponto x = 0. Utilizando a fórmula da diferença central com h = 0,1:

f '(0) ≈ [cos(0,1) - cos(-0,1)] / (2 \* 0,1)  
Como cos(x) é uma função par (cos(0,1) = cos(-0,1)), temos:  
f '(0) ≈ 0

Esse resultado é compatível com o valor analítico da derivada de cos(x) em x = 0, que é -sen(0) = 0.

As diferenças finitas são utilizadas, por exemplo, na engenharia para simular fluxos de calor, tensões em estruturas e sistemas dinâmicos em geral.

## 2. Soma de Riemann

A **soma de Riemann** é uma das formas mais básicas de se aproximar o valor de uma **integral definida**. Consiste em dividir o intervalo de integração em subintervalos e somar as áreas de retângulos que se formam entre o eixo x e a curva da função.

### Tipos de Soma de Riemann:

* **Soma pela Esquerda:**  
  Usa o valor da função no início de cada subintervalo.
* **Soma pela Direita:**  
  Usa o valor da função no fim de cada subintervalo.
* **Soma pelo Ponto Médio:**  
  Usa o valor da função no ponto médio de cada subintervalo (geralmente mais precisa).

### Fórmula Geral:

Seja aa o limite inferior, b o limite superior e n o número de divisões:

Δx = (b - a) / n  
x\_i = a + i \* Δx

Soma pela esquerda:  
∑ f(x\_i) \* Δx, para i de 0 a n-1

Soma pelo ponto médio:  
∑ f((x\_i + x\_{i+1})/2) \* Δx

### Exemplo:

Vamos considerar a função f(x) = x² no intervalo de 0 a 1, com n = 4.

Δx = (1 - 0)/4 = 0,25

Pontos à esquerda:  
x₀ = 0, x₁ = 0,25, x₂ = 0,5, x₃ = 0,75

Soma à esquerda:  
f(0)\*0,25 + f(0,25)\*0,25 + f(0,5)\*0,25 + f(0,75)\*0,25 =  
(0 + 0,0625 + 0,25 + 0,5625) \* 0,25 = 0,21875

Valor exato da integral:  
∫₀¹ x² dx = (1/3) ≈ 0,3333

Portanto, quanto maior for o número de divisões (n), mais próxima a soma de Riemann estará do valor exato.

## 3. Conclusão

Tanto as **diferenças finitas** quanto as **somas de Riemann** são ferramentas essenciais na Análise Numérica. Elas permitem que derivadas e integrais sejam estimados mesmo quando a função não tem uma forma simples ou quando é obtida experimentalmente.

Esses métodos são muito usados em simulações de processos físicos, engenharia, ciências computacionais, modelagem matemática e até em economia, onde se trabalha com dados em série.

## Referências

BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas. **Análise Numérica**. 9. ed. Cengage Learning, 2011.

BOYKIN, P. Oscar. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** University of Florida, 2020.

CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 7. ed. McGraw-Hill, 2016.

KREYSZIG, Erwin. **Advanced Engineering Mathematics.** 10th ed. Wiley, 2011.

ZILL, Dennis G.; WRIGHT, Warren S. **Cálculo com Geometria Analítica.** 7. ed. Bookman, 2014.